Tutorstvo iz Fizike II, 22.5.2013

Rešitev naloge: Najprej izračunamo ustrezno spreminjanje napetosti na kondenzatorju glede na vzbujevalno napetost. Ker nas zanimajo stacionarne razmere, lahko takoj privzamemo, da se kondenzator sprazni v nekaj značilnih časih $\tau = RC$ in tako upoštevamo samo vsiljevanje napetosti.

Velja enakost:

$$U(t) = U_C + U_R$$

Tako dobimo diferencialno enačbo

$$U(t) = U_C + RC\frac{dU_c}{dt}$$

Eksponentno homogeno rešitev zanemarimo, partikularni del pa rešujemo z nastavkom $U_C = Ae^{i\omega t}$ kjer je naša končna realna rešitev $U_C = Im(Ae^{i\omega t})$. Tako dobimo

$$U_C = \frac{A}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}\sin(\omega t - \delta) \tag{1}$$

kjer je $\delta = \arctan(\omega RC)$.

Za neraztegnjeno vzmet velja $d_0 = \frac{gm}{k}$. Okoli te lege razvijemo diferencialno enačbo za nihanje, kjer označimo x_0 kot ravnovensno razdaljo med ploščama kondenzatorja - zanemarimo spreminjanje s časom, in dobimo

$$m\ddot{x} + kx = \frac{CU_C^2}{2x_0}$$

Končna diferencialna enačba, ki jo rešujemo je

$$\ddot{x}+\frac{k}{m}x = \frac{CA^2}{2x_0m(1+(\omega RC)^2)}\sin^2(\omega t-\delta) = \frac{CA^2}{4x_0m(1+(\omega RC)^2)}(1-\cos(2(\omega t-\delta))) \tag{2}$$

Rešitev homogenega dela enačbe (2) je

$$x_H = D\cos\omega_0 t + E\sin\omega_0 t \tag{3}$$

kjer je $\omega_0 = \sqrt{k/m}$.

Pred računanjem vsiljevanega nihanja že lahko odčitamo novo povprečno lego in sicer s pomočjo konstantnega predčlena (saj se $\cos(2(\omega t - \delta))$ izpovpreči v 0).

$$\overline{x} = x_0 - \frac{CA^2}{4x_0k(1 + (\omega RC)^2)} \tag{4}$$

Partikularni del rešujemo s kompleksnim nastavkom

$$x_p = Fe^{i2(\omega t - \delta)}$$

Da dobimo amplitudo moramo poiskati maksimum rešitve. Splošno rešitev enačbe in nekaj predstavitvenih grafov si lahko ogledate v priloženi datoteki s pomočjo programa *Wolfram Mathematica* (*presentation_3.nb*).