Tutorstvo iz Fizike I, 12. 1. 2015

Rešitev naloge: Najprej se poigramo z geometrijo. Označimo središče planetoida S, središča krogel S_1, S_2 in C, daljice med središči votlin a, α kot $\angle SAS_1$ in β kot $\angle SBS_1$. Veljajo enačbe:

$$\frac{3}{2}r' = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow a = \sqrt{3}r' \tag{1}$$

$$d(S_1, A/B) = d(S_2, A/B) = \sqrt{(R \mp \frac{r'}{2})^2 + (\frac{a}{2})^2} \tag{2}$$

$$d(C, A/B) = R \pm r' \tag{3}$$

$$\cos\alpha/\beta = \frac{R \mp \frac{r'}{2}}{d(S_1, A/B)}; \tag{4}$$

Definirajmo še nekaj pomožnih konstant. Masa celotnega planetoida je $M = 4\pi R^3\rho/3$, masa votline $m = 4\pi r^3\rho/3$.

1. Gravitacijske pospeške računamo po definiciji. Ker je pospešek vektor, jih moramo pravilno sešteti. Telesa krogelne oblike vedno lahko upoštevamo kot točkasto telo na mestu središča, razen če se nahamo znotraj telesa. Takrat upoštevamo le kroglo "pod" nami.

$$g_A = \frac{\kappa\, M}{R^2} - \frac{\kappa\, m}{d(C,A)^2} - 2\frac{\kappa\, m}{d(S_1,A)^2}\cos\alpha = 0.02568\ \mathrm{m/s^2} \tag{5}$$

$$g_B = \frac{\kappa\, M}{R^2} - \frac{\kappa\, m}{d(C,B)^2} - 2\frac{\kappa\, m}{d(S_1,B)^2}\cos\beta = 0.02469\ \mathrm{m/s^2} \tag{6}$$

$$g_C = \frac{\kappa\, \rho 4\pi r'^3/3}{r'^2} - 2\frac{\kappa\, m}{a^2}\cos\alpha = 0.01244\ \mathrm{m/s^2} \tag{7}$$

2. Za lebdenje mora biti vsota vseh sil enaka nič. Torej moramo enačiti centripetalno in gravitacijsko silo:

$$\omega = \sqrt{\frac{g_C}{r'}} = 1.44 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{s^{-1}} \tag{8}$$

3. Uporabimo energijski zakon $A = \delta W = -W_{pA} + W_{pB} = 16$ J, kjer sta energiji:

$$W_{pA} = -m_0\left(\frac{\kappa\, M}{R} - \frac{\kappa\, m}{d(C,A)} - 2\frac{\kappa\, m}{d(S_1,A)}\right) = -1841\ \mathrm{J} \tag{9}$$

$$W_{pB} = -m_0\left(\frac{\kappa\, M}{R} - \frac{\kappa\, m}{d(C,B)} - 2\frac{\kappa\, m}{d(S_1,B)}\right) = -1825\ \mathrm{J} \tag{10}$$

4. Za izračun ubežnih hitrosti enačimo $W_k = -W_p$.

$$v = \sqrt{\frac{-2W_p}{m}} = 24.77 \text{ m/s (oz. } 24.67 \text{ m/s za B)} \tag{11}$$